FIP – COURS D'ÉLECTRICITÉ

Génaël VALET

CENTRE DE FORMATION INDIVIDUALISE DU GITA
Lycée Technique Régional Diderot
61, rue David d'Angers – 75019 PARIS
tél. : 01.40.40.36.27/28--- Fax : 01.40.40.36.30
Email : greta.gita@wanadoo.fr
N° SIRET 197 507 122 00046 – code APE 804

Introduction

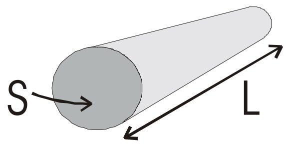
Ce cours d'électricité aborde toutes les principales notions nécessaires à la pratique de l'électronique analogique. Lorsque les informations théoriques correspondent à un exercice ou à des travaux pratiques, le présent document y fera référence.

Effet résistif et résistances

L'effet résistif se produit lorsque qu'un courant traverse un élément *(conducteur ohmique)* alors que celui-ci est soumis à une tension. Il se produit alors une dissipation d'énergie dans le conducteur. Ce conducteur a tendance à s'échauffer.

Résistance d'une tige conductrice

Soit une tige de section S et de longueur *l* :



La résistance de ce conducteur s'exprime en Ohms (Ω) :

$$R = \rho \times \frac{L}{S}$$

R : Résistance du conducteur (Ω)
ρ : Résistivité (Ω . m)
S : Section (m^2)

La résistance d'un conducteur ohmique dépend donc de plusieurs paramètres et notamment de la résistivité qui dépend du matériau :

Cuivre	$1{,}6.10^{-8}$ Ω.m
Argent:	$1{,}5.10^{-8}$ Ω.m
Plomb :	20.10^{-8} Ω.m
Mercure :	95.10^{-8} Ω.m
Aluminium :	$2{,}5.10^{-8}$Ω.m

Valeur de la résistivité à 15 °C

Faire Exercice 1,2,3 – Page 14

Effet capacitif et condensateurs

Cet effet est primordial en électronique. Lorsqu'on applique une différence de potentiel à deux conducteurs isolés les uns des autres, on assiste à une accumulation de charges par influence électrostatique. C'est cela l'effet capacitif. Il peut être ardemment recherché et dans ce cas on fabrique des condensateurs précis ou de grande capacité. Très souvent, l'effet capacitif est présent à titre parasitaire comme par exemple lors d'accumulation de charges entre deux lignes conductrices. Dans ce cas, on cherche à minimiser ses effets sur le temps de réponse de la ligne.

Définition de la capacité

Pour un circuit donné, on définit sa capacité C comme le rapport de la charge accumulée sur la tension appliquée à ses bornes, soit en fait son aptitude à emmagasiner des charges électriques, de l'énergie électrostatique.

En électricité :

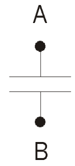
$$\boxed{C = \frac{Q}{U}}$$

où Q *(Coulomb)* représente la quantité de charge du système et U *(Volts)*, la tension aux bornes de ce système.

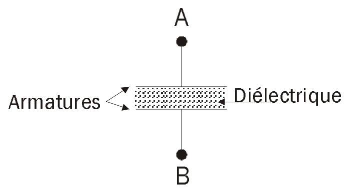
C s'exprime en *Farad*.

Le condensateur

Ce composant discret est présent dans la plupart des montages électroniques



Voici la représentation normalisée du condensateur. Le condensateur est constitué de deux surfaces conductrices séparées par un isolant. Les surfaces conductrices sont les armatures du condensateur et l'isolant *(mica, papier huilé, polystyrène, polyester, poly carbonate, verre)* est le diélectrique.



Capacité d'un condensateur

La capacité d'un condensateur dépend de sa forme, de ses dimensions et de la nature du diélectrique. Pour un condensateur plan , la capacité a pour expression :

$$\boxed{C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \frac{S}{e}}$$

C : Capacité en Farad
ε_0 : en Farad / mètre *(Permittivité du vide)*
ε_r : sans dimension *(Permittivité du diélectrique)*
S : en m^2 *(Surface d'une armature)*
e : en m *(Epaisseur du diélectrique)*

<u>Valeurs de ε_r :</u>
Air : 1
Bakélite : 6,5
Mica : 8
Papier : 2,5
Verre : 5,5

à noter que $\varepsilon_0 = \dfrac{1}{36 \cdot \pi \times 10^9} F/m$ et que ε_r dépend du type de diélectrique et est sans dimension.

Effet inductif et self inductance

Lorsqu'un courant circule dans un conducteur, il est responsable de la création d'un champ d'induction magnétique. Si le courant est variable dans le temps, le champ d'induction le sera aussi et alors intervient le phénomène d'auto-induction : ce champ variable rétroagit sur le courant qui le crée, en ralentissant la variation de ce courant. Cet effet correspond à un stockage d'énergie dans le circuit auto-inductif, sous forme magnétique.

symbole

En résumé, faire passer un courant variable dans une inductance revient à créer une force électromotrice (f.e.m) qui va s'opposer aux variations de ce courant. En effet, pour obtenir ces variations de courant, il faut une tension proportionnelle.

Inductance d'un solénoïde

$$L = \frac{\mu \cdot N^2 \cdot S}{l}$$

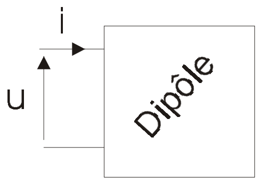
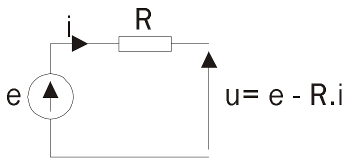
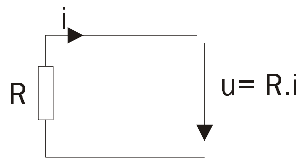
l : longueur du solénoïde en m
μ : permittivité du milieu (en V.s.A^{-1}.m^{-1}) μ=1 pour l'air
S : Section en m^2
N : Nombre de Spires

L'inductance d'une bobine s'exprime en Henri (H)

Relations de Kirchoff et loi d'Ohm

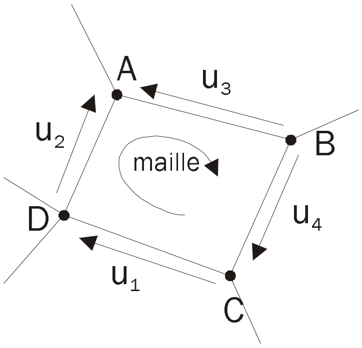
Notion de dipôles

Un dipôle est un élément conceptuel caractérisé par une relation tension – courant :

Formalisation	1er exemple de dipôle	2ème exemple de dipôle
		

Loi des mailles

Dans un réseau électrique composés de dipôles, il existe des *branches*, des *nœuds* et des *mailles*. Les grandeurs électriques tels que le courant ou la tension , suivent des règles énoncées par *Kirshoff*:



Loi de mailles – Réseau de Kirshoff

Dans le schéma ci-dessus, le circuit fermé composé des point A,B,C et D est appelé une maille. Les tensions sont orientées arbitrairement mais si l'on parcoure la maille dans le sens annoncé par la flèche, on peut écrire l'identité :

$$u_1 + u_2 - u_3 + u_4 = 0$$

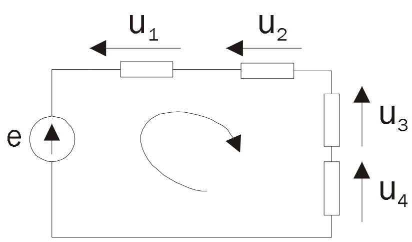
Cette égalité exprime la loi des mailles appliquée à la maille A,B,C,D . Pour obtenir une telle égalité, il suffit de :

- ✓ Choisir un point de départ arbitraire
- ✓ Choisir un sens de parcours arbitraire
- ✓ Écrire la somme algébrique des tensions en prenant soin d'affecter un signe moins à toutes les tensions dont l'orientation s'oppose au sens de parcours de la maille.

En résumé, la loi des mailles appliquée à une maille d'un réseau voit la somme des ses tensions être nulle

Exemple 1

Soit le schéma suivant



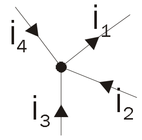
La loi des mailles appliquée à la maille ci-contre nous donne :

$$e - u_1 - u_2 - u_3 - u_4 = 0$$ d'où

$$e = u_1 + u_2 + u_3 + u_4$$

Loi des nœuds

Dans un réseau constitué de nœuds et de branches, la loi des nœuds précise que la somme des courants arrivant des branches est nulle :



Pour le nœud ci-dessus , la loi des nœuds dit que la somme des courants est nulle. Il suffit alors d'affecter un signe aux courants rentrant ou sortant :

$$-i_1 + i_2 + i_3 + i_4 = 0$$

La relation peut s'écrire :

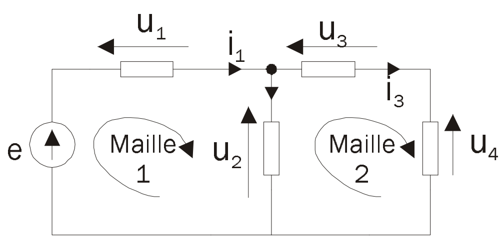
$$i_1 = i_2 + i_3 + i_4$$

Il devient alors plus simple de considérer que la somme des courants entrant est égale à la somme des courants sortants.

La loi des nœuds appliquée à un nœud d'un réseau , dit que la somme des courants entrant est égale à la somme des courants sortant.

Exemple 2

Soit le schéma suivant :



Loi des mailles (maille 1) :

$e - u_1 - u_2 = 0$ d'où $e = u_1 + u_2$

Loi des mailles (maille 2) :

$u_2 - u_3 - u_4 = 0$ d'où $u_2 = u_3 + u_4$

d'où $e = u_1 + u_3 + u_4$. On remarque que la loi des mailles appliquée à la grande maille constituée de u_1, u_2, u_3 et u_4 donne le même résultat.

On peut également appliquer la loi des nœuds :

$$i_1 = i_2 + i_3$$

La loi d'ohms

La loi d'ohm précise que la tension aux bornes d'une résistance est proportionnelle au courant qui le traverse. La valeur de la résistance intervient directement dans la relation puisque :

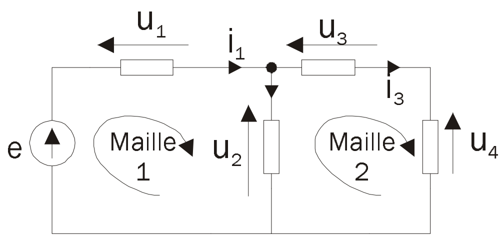
$$U = R \times I$$

U en Volts , R en Ohms et I en Ampères

Cette égalité permet de mettre en relation la tension, le courant et la résistance. Elle est la base de la plupart des calcul en électronique.

Exemple 3

D'après le schéma de l'exemple 2



Nous obtenions :

$e = u_1 + u_3 + u_4$ et $i_1 = i_2 + i_3$

or nous savons que U = R.I donc,

que $e = R_1 \bullet i_1 + R_3 \bullet i_3 + R_4 \bullet i_3$

Remplaçons i_1 par sa valeur :

$e = R_1 \bullet (i_2 + i_3) + R_3 \bullet i_3 + R_4 \bullet i_3$

d'où $e = R_1 \bullet i_2 + i_3 \bullet (R_1 + R_3 + R_4)$

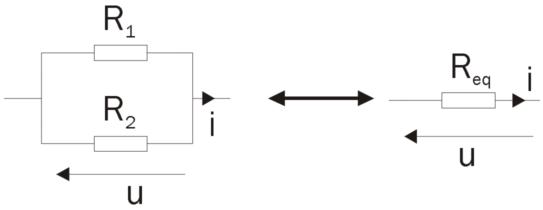
Faire Exercice 4 et 5 – Page 14

Association de résistances et condensateurs

Les règles d'association de résistances découlent des relations de Kirshoff explicitées plus haut.

Résistances en parallèle

Soit 2 résistances en parallèle et la résistance équivalente:



Pour calculer la résistance équivalente , on applique la loi des nœuds :

$i = i_1 + i_2 = \frac{u}{R_1} + \frac{u}{R_2}$ or d'après la loi d'Ohm : $u = R_{eq} \times i \Leftrightarrow i = \frac{u}{R_{eq}}$

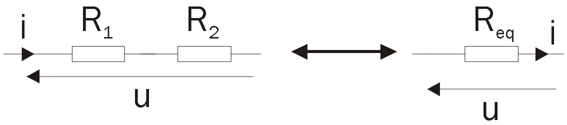
On en déduit que :

$$\boxed{\frac{u}{R_{eq}} = \frac{u}{R_1} + \frac{u}{R_2} \Leftrightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

Si on généralise ce calcul à n résistances , on obtient :

$$\boxed{\frac{1}{R_{eq}} = \sum_n \frac{1}{R_n}}$$

Résistances en série

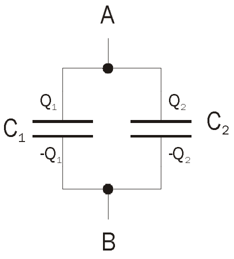


Le calcul donne $\boxed{R_{eq} = R_1 + R_2}$

En généralisant : $\boxed{R_{eq} = \sum R_n}$

Condensateurs en parallèle

Lorsque des condensateurs sont associés, en parallèle ou en série, le condensateur équivalent est celui qui, soumis à la même tension que l'association considérée, accumule la même quantité d'électricité que celle-ci.



En terme de quantité de charge , chaque condensateur accumule :

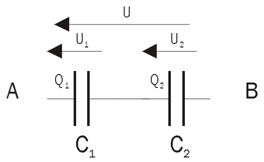
$$\begin{aligned} Q_1 &= C_1 \cdot U \\ Q_2 &= C_2 \cdot U \end{aligned} \quad \Rightarrow (Q_1 + Q_2) = (C_1 + C_2) \cdot U$$

Or : $Q = Q_1 + Q_2$ et $Q = C \cdot U$

donc : $C = C_1 + C_2$

Les capacités des condensateurs en parallèle s'ajoutent.

Condensateurs en série



En terme de quantité de charge , chaque condensateur accumule :

$$\begin{aligned} Q_1 &= C_1 \cdot U_1 \\ Q_2 &= C_2 \cdot U_2 \end{aligned} \quad U_1 = \frac{Q_1}{C_1} \text{ et } U_2 = \frac{Q_2}{C_2}$$

Donc : $U = U_1 + U_2 = \dfrac{Q_1}{C_1} + \dfrac{Q_2}{C_2}$

Si l'on considère que les condensateurs étaient initialement déchargés :

$$Q_1 = Q_2 = Q = C \cdot U \Rightarrow U = \frac{Q}{C} \text{ et on déduit que } \frac{Q}{C} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2}$$

En simplifiant par Q :

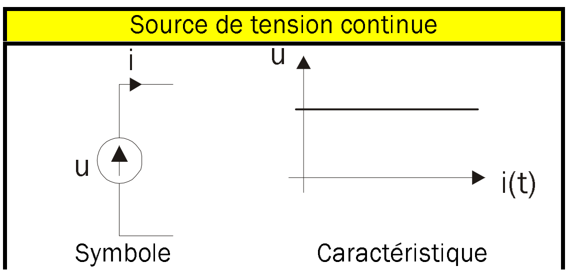
$$\boxed{\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} \text{ en généralisant à n condensateurs : } \boxed{\frac{1}{C_{eq}} = \sum_n \frac{1}{C_n}}$$

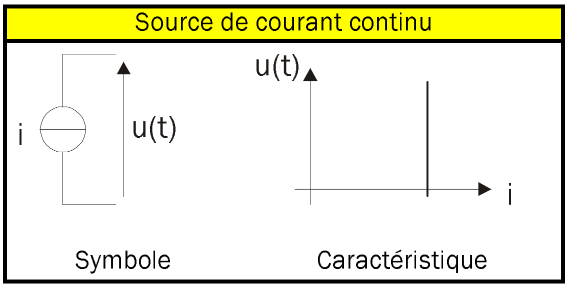
Exercices 7,10 et 11 – Page 15

Sources de tension et de courant

Les sources sont des objets incontournables en électronique. Elles sont la base de beaucoup de calcul et le fruit de modélisation. Elles représentent le lien entre un système réel et sa modélisation.

Sources idéales

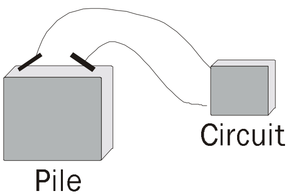




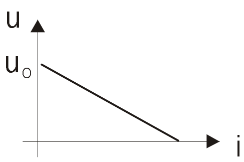
Il convient de noter qu'en électronique analogique, des sources non continues sont souvent utilisées. Ces sources produisent des signaux sinusoïdaux, périodiques ou même apériodiques voir aléatoires. Lorsque les signaux sont continus, ils sont notés avec des lettre majuscules. Pour les signaux non continus, la notation dépend aussi du temps *(U pour une source de tension continue et u(t) pour un signal non continu)*

Sources affines (Non idéales)

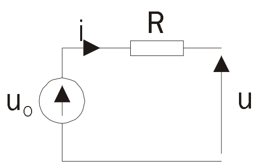
Exemple d'une pile électrique



La pile connectée au circuit va débiter un certains courant. Si ce courant est trop important, il va se créer une chute de tension aux bornes de la résistance. Ceci donne la caractéristique et la modélisation suivante :



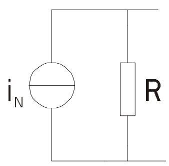
Caractéristique



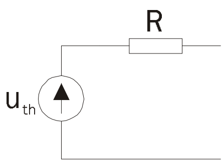
Modélisation

Modèles de Thévenin et Norton

Il est possible de représenter une source affine selon 2 modèles différents. Ces 2 modèles sont équivalents électriquement et sont interchangeables autant que nécessaire.



Modèle de Norton



Modèle de Thévenin

Théorème de Thévenin

L'intérêt d'utiliser des modèles est de pouvoir simplifier des montages en les ramenant à des représentations plus simples.

Le théorème de Thévenin précise que :

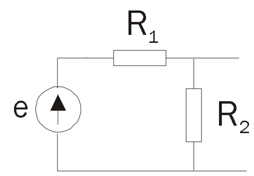
Tout dipôle linéaire quelconque peut être ramené à un modèle équivalent symbolisé par une source de tension en série avec une résistance *(Voir modèles Page 9)*.

1) La résistance équivalente est égale à la résistance du dipôle lorsqu'on court-circuite toutes ses sources de tension.

2) La tension de source de Thévenin est la tension à vide du dipôle, c'est à dire celle que l'on peut observer à sa sortie lorsqu'il ne débite pas de courant.

Exemple :

Soit le dipôle suivant dont on cherche le modèle équivalent de Thévenin



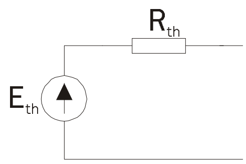
1) Court-circuitons la source de tension , nous obtenons 2 résistances en parallèle

D'où $R_{th} = R_1 // R_2 = \dfrac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$

2) La tension à vide lorsque le dipôle ne fournit pas de courant est :

$$E_{th} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot e$$

Le modèle équivalent est donc le suivant :



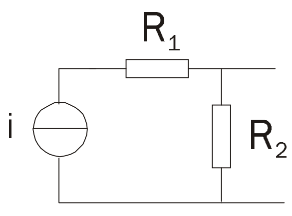
Théorème de Norton

Le théorème de Thévenin précise que :

Soit un dipôle linéaire quelconque. Il peut être ramené à un modèle équivalent symbolisé par une source de courant en parallèle avec une résistance *(Voir modèles Page 9)*.

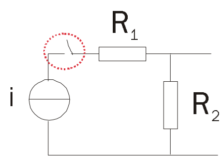
1) La résistance équivalente est égale à la résistance du dipôle lorsqu'on ouvre toutes ses sources de courant *(circuit ouvert)*.
2) Le courant de source de Norton est le courant l'on peut observer à sa sortie lorsque le dipôle est en court-circuit

Exemple :

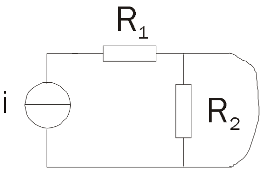


1) Ouvrons la source de courant. Aucun courant ne passera dans cette branche. Il ne reste que R_2

$$R_N = R_2$$

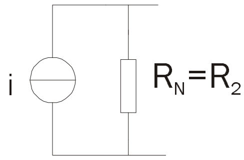


2) Court-circuitons le dipôle



Le courant dans R_2 est nul et le courant de court-circuit est i.

Le modèle équivalent sera donc le suivant :

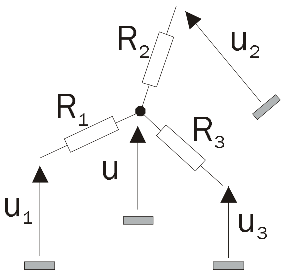


Faire Exercice 6 à 9 – Page 14

Relations de Milmann et de superposition

Enoncé du théorème de Millmann

Les lois de Kirshoff vues précédemment permettre , pour tout système linéaire , d'obtenir une relation à coefficients constants :



Soit le montage ci-contre à 3 branches. Essayons d'exprimer la tension u en fonction de u_1 , u_2 , u_3 , R_1 , R_2 et R_3 :

loi des nœuds :

$$i_{R1} + i_{R2} + i_{R3} = 0 \Leftrightarrow \frac{u_{R1}}{R_1} + \frac{u_{R2}}{R_2} + \frac{u_{R3}}{R_3} = 0$$

loi des mailles :

$$u_{R1} = u - u_1 \ , \ u_{R2} = u - u_2 \ \text{ et } \ u_{R3} = u - u_3$$

$$\frac{u-u_1}{R_1} + \frac{u-u_2}{R_2} + \frac{u-u_3}{R_3} = 0 \Leftrightarrow u \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) = \frac{u_1}{R_1} + \frac{u_2}{R_2} + \frac{u_3}{R_3}$$

Voici l'expression finale de u :

$$u = \frac{\frac{u_1}{R_1} + \frac{u_2}{R_2} + \frac{u_3}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

Le théorème de Milmann propose une extension de cet exemple à n branches :

$$\boxed{u = \frac{\sum_n \frac{u_n}{R_n}}{\sum_n \frac{1}{R_n}}}$$

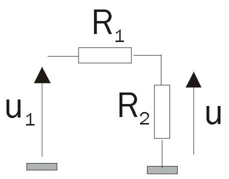
1er Cas particulier

Dans le cas où n=2 , on obtient :

$$u = \frac{\frac{u_1}{R_1} + \frac{u_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{u_1 \cdot R_2 + u_2 \cdot R_1}{R_1 + R_2}$$

2ème cas particulier – Le pont diviseur de tension

Dans le cas où n=2 et que u_2=0v :



La relation précédente s'écrit :

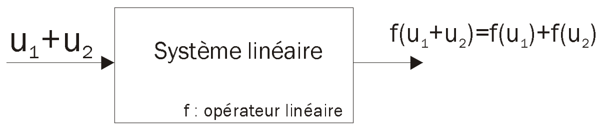
$$u = \frac{u_1 \cdot R_2 + 0 \cdot R_1}{R_1 + R_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot u_1$$

Ce montage est un pont diviseur de tension. La tension u est une fraction de la tension u_1

Le pont diviseur de tension peut se démontrer facilement sans avoir recours au théorème de Millman

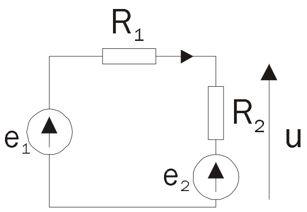
Théorème de superposition

Dans le cas où l'on peut considérer le système comme linéaire, le dit "principe de superposition" exprime que l'on peut décomposer le signal d'entrée et sommer les signaux de sortie correspondants :



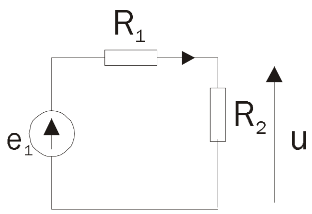
Pour tout dipôle ou quadripôle dit linéaire , appliquer le théorème de superposition revient à isoler les sources de tension ou de courant en les considérant comme un système à part.

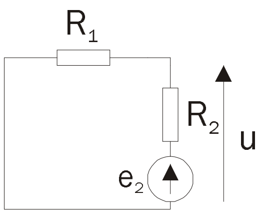
Soit le montage suivant :



Les 2 sources de tension sont considérées comme des systèmes différents. Donc , nous allons observer la tension u dans 2 cas différents :

1) Le cas où $e_2 = 0$
2) Le cas où $e_1 = 0$





Dans ce cas $u = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot e_1$ $\qquad$ $u = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot e_2$

D'après la loi sur la linéarité du système , la superposition des expressions de u est possible :

$$u = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot e_1 + \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot e_2$$

Le courant dans une branche (respectivement la tension entre deux points) est égal à la somme algébrique des courants (respectivement, des tensions) que l'on obtiendrait en faisant agir séparément chacune des sources indépendantes du circuit.

Les autres sources indépendantes sont éteintes, mais les sources commandées restent actives.

Une source de tension éteinte devient un court-circuit. Une source de courant éteinte devient un circuit ouvert.

Exercices

Résistance d'une tige conductrice

Exercice 1

Donnez la résistance équivalente à un fil de 6mm^2 de section sachant que la longueur est de 5 mètres et que le fil est en cuivre.

Exercice 2

On mesure avec un ohm-mètre la résistance d'un fil de cuivre à 10Ω. Sachant que la section S=20mm^2

Quelle est la longueur du fil ?

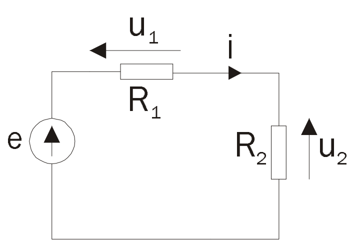
Exercice 3

Comment varie la résistance d'une tige métallique circulaire, lorsque l'on diminue toutes ses dimensions d'un facteur 2, en conservant le même matériau ?

Loi des mailles , loi des nœuds, loi d'ohms

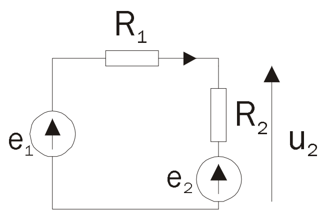
Exercices 4 et 5

Exercice 4



Exprimer U_2 en fonction de e, R_1 et R_2 sans les courants.

Exercice 5

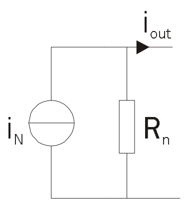


Exprimer u_2 en fonction de e_1, e_2, R_1 et R_2

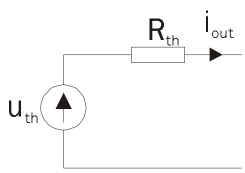
Modèles de Thévenin et Norton et association de résistances

Exercice 6

Soit les 2 modèles de Thévenin et Norton.



Modèle de Norton

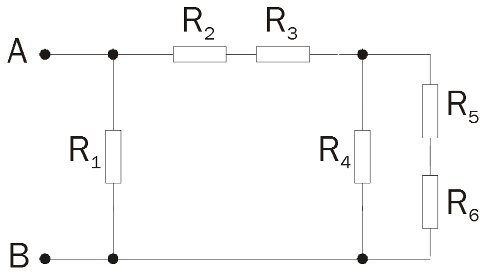


Modèle de Thévenin

En utilisant les lois fondamentales de l'électricité (Loi des mailles, des nœuds), trouvez 2 relations qui prouvent l'équivalence de ces 2 modèles.

Exercice 7

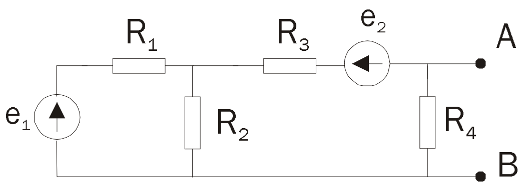
1) Calculer l'expression de la résistance équivalente du montage suivant :



2) Sachant que $R_1 = R_2 = R_3 = R$ et $R_4=R_5 = R_6 = 2.R$ Donnez R_{eq}

Exercice 8

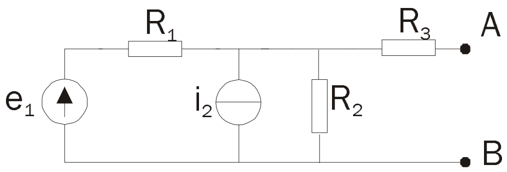
1) Donner le modèle équivalent de Thévenin du montage suivant :



2) Application numérique : R_1 = 10 kΩ , R_2=10 kΩ , R_3=4,7kΩ , R_4=15kΩ , e_1=5v et e_2=1,5v

Exercice 9

1) Donner le modèle équivalent de Thévenin et de Norton du montage suivant :



2) Application numérique : $R_1 = R_2$ = 1 kΩ , R_3=5kΩ , e_1=12v et i_2=5mA

Association de condensateurs et résistances

Exercice 10

On associe 3 condensateurs de capacités respectives C_1 , C_2 et C_3 telles que :

$$C_2 = 2 \cdot C_1 \text{ et } C_3 = 3 \cdot C_1$$

1) Initialement ces condensateurs ne sont pas chargés. Ils sont associés en série et l'ensemble est soumis à une tension U de 220 V . Quelle est la tension U_2 aux bornes de C_2 ?
2) Associés en parallèle, ils forment un dipôle de capacité C=24µF . Calculer la capacité de C_1.

Exercice 11

Les armatures d'un condensateur plan à air sont distantes de e=5 mm. on désire obtenir un condensateur de capacité C=18pF.

Quelle doit être la surface S de chaque armature ?