



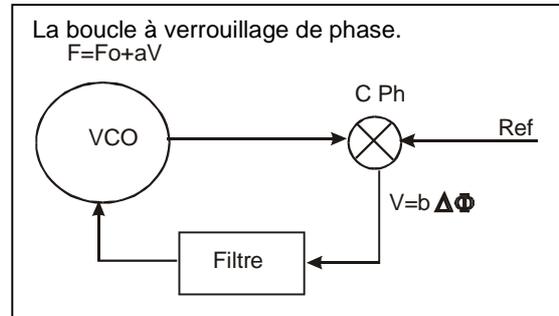
LA BOUCLE A VERROUILLAGE DE PHASE (PLL)

La boucle de verrouillage de phase (Phase Lock Loop) est un dispositif permettant d'asservir un oscillateur sur un signal de référence extérieur. Il est constitué de trois éléments :

Un circuit comparateur de phase qui fournit un signal proportionnel à la différence de phase entre le signal fourni par un oscillateur interne (VCO) et un signal de référence.

Un oscillateur dont la fréquence est fonction d'une tension continue de commande , c'est le VCO (VCO=Voltage Control Oscillator)

Un filtre qui reçoit la tension délivrée par le comparateur de phase et l'applique au VCO .



Les VCO

Un VCO idéal est un oscillateur dont la fréquence est une fonction linéaire de la tension de commande :

$$F=F_0+aV$$

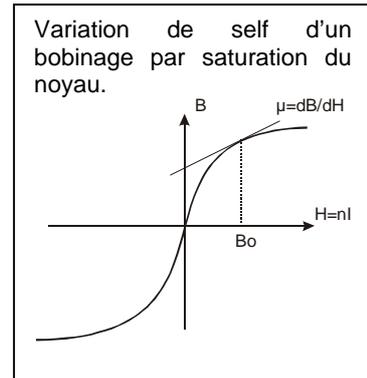
La fréquence F_0 est appelée fréquence du VCO libre.

Les VCO HF

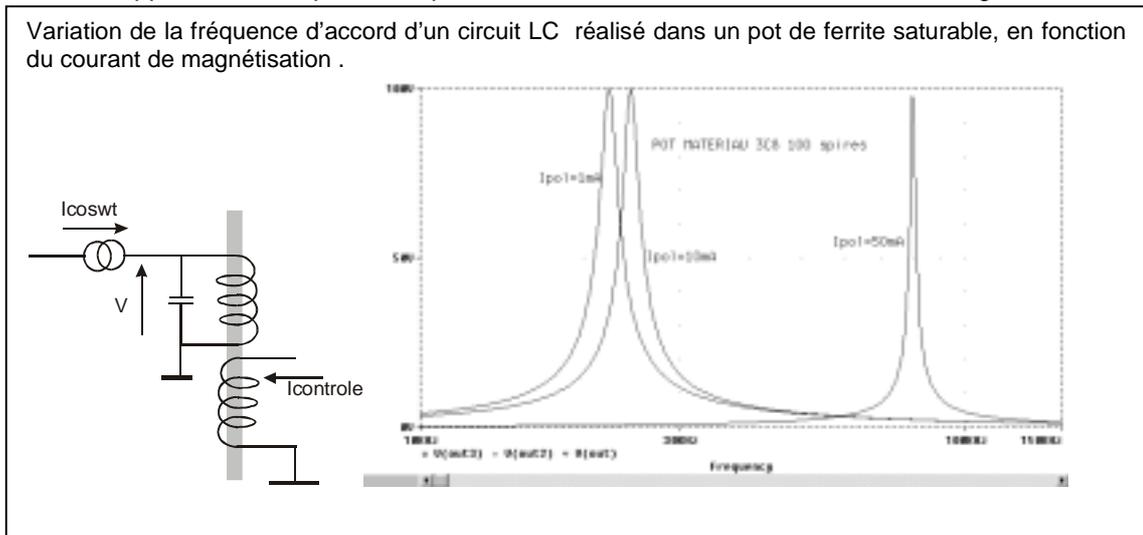
La fréquence d'un oscillateur HF est déterminée par un circuit oscillant LC , pour faire varier sa fréquence il suffit de modifier l'un de ces deux paramètres.

Variation de self

C'était la solution retenue il y a un demi siècle. Toute solution mécanique (le déplacement d'un noyau magnétique dans le bobinage) est à exclure car trop lente. On fait appel en général à la saturation d'un noyau magnétique sous l'influence d'un champ magnétique continu . Lorsqu'un noyau magnétique est soumis à un champ de polarisation , le coefficient d'auto induction d'un bobinage entourant ce noyau est proportionnel à la perméabilité du matériau qui en présence de saturation , dépend de l'induction moyenne B_0 .



Il suffit donc d'ajouter sur le noyau constituant le circuit oscillant pilotant un oscillateur, un enroulement supplémentaire parcouru par le courant continu de commande . La figure ci contre



montre comment varie la fréquence d'un circuit LC réalisé avec 100 spires de fil dans un pot de ferrite matériau 3C8 sous l'influence du courant continu de commande . Ce n'est pas une petite



variation , la fréquence d'accord voisine de 22kHz pour un courant de magnétisation nul passe à 24kHz pour 10mA et 80kHz pour 50mA.

L'une des conséquences de ce phénomène est la variation de la fréquence d'accord d'un étage d'amplification HF , ou d'un oscillateur, en fonction du courant de polarisation du composant actif.

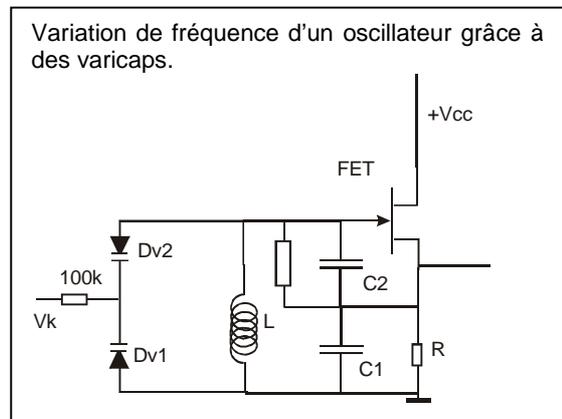
Il est possible également de simuler une self avec des composants actifs ,une variation d'un gain ou d'une tension suffit alors à en modifier la valeur .

Variation d'un condensateur

C'est la solution moderne .On utilise des diodes polarisées en inverse dont la capacité de jonction varie approximativement comme l'inverse de la racine carrée de la tension appliquée. Ces diodes spécialement construites sont appelées diodes à capacité variable ou parfois Varicaps (Marque déposée). Les capacités sont faibles , quelques pF ou dizaines de pF, au maximum 500pF. Lorsque la tension de polarisation passe de 2 à 20V la capacité peut varier d'un facteur 5 . (par exemple de 100pF à 20pF)

Attention la tension ne varie pas seulement en fonction d'une tension de polarisation moyenne appliquée, mais de la valeur instantanée de la tension. Le circuit est donc paramétrique. Pour éviter que les diodes conduisent dans le sens direct lorsqu'elles sont soumises à la tension alternative présente dans le montage , il faut toujours en utiliser deux montées tête bêche. La figure ci contre montre comment faire varier la fréquence d'un oscillateur Colpitz avec un pont de Varicaps.

Compte tenu de la faible capacité de ces varicaps la variation de fréquence restera faible , 10% au maximum le plus souvent .



Les VCO BF

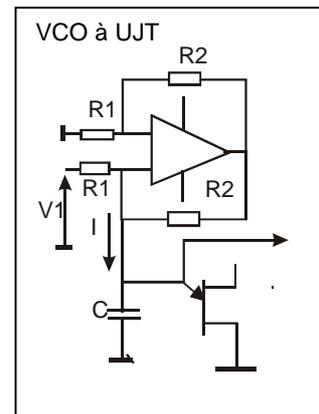
En agissant sur une tension de polarisation il est très facile de faire varier la fréquence d'un oscillateur BF .Le schéma ci contre peut fonctionner pour des fréquences basses, l'amplificateur opérationnel est monté en source de courant, le courant I délivré est proportionnel à $V_1 I = V_1/R_1$, il charge le condensateur C placé dans le circuit émetteur d'un UJT .Lorsque la tension aux bornes de C atteint la tension d'amorçage V_p de l'UJT , le condensateur se décharge jusqu' a la tension de vallée, puis se charge de nouveau. La période est le temps de charge de V_v à V_p soit

$$T = C \frac{V_p - V_v}{I}$$

soit compte tenu de la valeur de I la fréquence de récurrence :

$$f = \frac{V_1}{RC(V_p - V_v)}$$

qui est proportionnelle à V_1

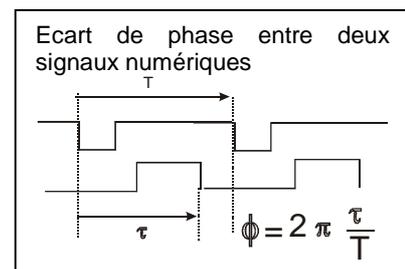


LES COMPAREURS DE PHASE

Il faut d'abord définir ce qu'est une phase :

Pour un signal sinusoïdal pur $a \cos(\omega t) = a \cos \theta(t)$,l'angle θ est la phase absolue. Elle n'est définie qu'à 2π près et seulement si l'instant 0 est fixé.

Pour deux signaux sinusoïdaux de même fréquence il est possible de définir une différence de phase qui est l'angle entre les deux vecteurs de Fresnel représentant les deux signaux. Il faut remarquer que si τ est l'intervalle de temps entre les





passages par zéro dans un sens donné, et T la période, le déphasage vaut :

$\phi = 2\pi \frac{\tau}{T}$. Cette remarque permet de définir le déphasage de deux signaux numériques de même fréquence. Il faut d'abord pour chacun d'entre eux préciser la transition utile, celle qui commande le circuit suivant, transition descendante si le circuit suivant est une bascule JK maître esclave, ou positive s'il s'agit de piloter une bascule D ou un verrou (latche). En désignant alors par τ l'intervalle de temps entre les transitions utiles des deux signaux et T la période, la formule précédente donne une nouvelle définition de la phase.

Les comparateurs de phases analogiques .

Les signaux dont on doit comparer les phases sont des signaux sinusoïdaux de même fréquence.

Phasemètre par produit

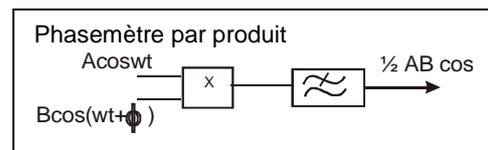
C'est le montage le plus simple. On effectue le produit des deux signaux et l'on filtre passe bas le résultat.

Si $v_1 = A \cos(\omega t)$ et $v_2 = B \cos(\omega t + \phi)$ sont les deux signaux à comparer

Le produit $v_1 v_2 = \frac{AB}{2} [\cos(2\omega t + \phi) + \cos(\phi)]$

Fournit par filtrage passe bas une tension $\frac{AB}{2} \cos(\phi)$

Proportionnelle au cosinus du déphasage cherché mais malheureusement aussi aux amplitudes.



Pont de phase

Ce montage utilise un transformateur qui permet d'isoler galvaniquement les deux signaux et la tension de sortie fournie.

Les deux signaux dont il faut comparer la phase sont entrés aux primaires des deux transformateurs. Le circuit constitué par la diode D1 et l'ensemble R1C1 constitue un redresseur qui délivre entre A et M une tension continue dont l'amplitude est égale à l'amplitude crête de la tension alternative entre A' et M

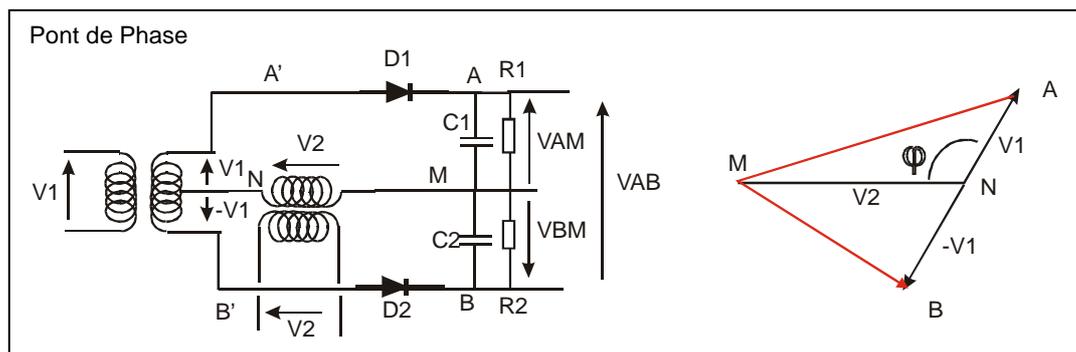
$$V_{A'} - V_M = V_{A'} - V_N + V_N - V_M$$

Les tensions n'étant pas en phase il faut pour calculer l'amplitude résultante ajouter les vecteurs de Fresnel correspondants. C'est ce que montre la partie droite de la figure.

De même la tension VBM est l'amplitude de la composante alternative entre B' et M. Au total l'amplitude de sortie VAB est la différence des longueurs des segments MA et MB : Avec

$$MA^2 = V_1^2 + V_2^2 + 2V_1V_2 \cos \phi$$

$$MB^2 = V_1^2 + V_2^2 - 2V_1V_2 \cos \phi$$



Soit :



$$V_{AB} = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + 2V_1V_2 \cos \varphi} - \sqrt{V_1^2 + V_2^2 - 2V_1V_2 \cos \varphi}$$

Si comme c'est en général le cas, l'amplitude V_2 est beaucoup plus grande que celle de V_1 , on peut simplifier cette expression qui au premier ordre devient :

$$V_{AB} = 2V_1 \cos \varphi$$

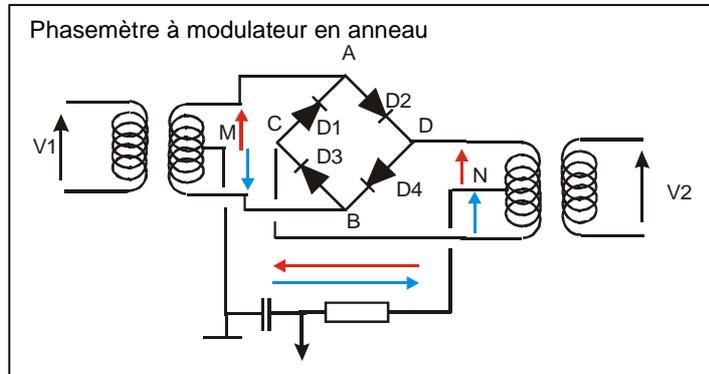
Résultat qui ne dépend plus de v_2 . Dans ce cas tout se passe comme si V_2 avait comme seule tâche d'ouvrir les diodes qui jouent le rôle de simples interrupteurs. Nous allons retrouver cette fonction des diodes dans le montage suivant.

Modulateur en anneau

C'est un circuit à deux accès. Un accès haut niveau, appelé accès de commutation et un accès signal faible niveau. Le signal est considéré comme de faible niveau si son amplitude est inférieure à un seuil de diode.

Le montage comme le précédent met en œuvre deux transformateurs, mais il a une structure beaucoup plus symétrique. Il est important de noter que les 4 diodes ont une configuration différente de celle du pont de redressement décrit plus haut. Elles forment un anneau dans lequel un courant circulaire peut circuler.

Nous supposons que les transformateurs sont de rapport 1-1-1. V_1 est une tension élevée qui commande la conduction des diodes, V_2 au contraire a un niveau faible, quelques centaines de millivolts au plus.



Considérons une alternance positive de V_1 . Les deux diodes D_2 et D_4 conduisent, si elles sont rigoureusement identiques le potentiel du point D est la demi somme des potentiels en A et B c'est à dire aussi le potentiel de M. On a donc $V_N - V_M = V_N - V_D = -V_2$

Pendant l'alternance négative de V_1 ce sont les diodes D_1 et D_3 qui conduisent. Alors $V_M = V_C$ Soit

$$V_N - V_M = V_N - V_C = V_2$$

Ainsi la tension entre N et M aux bornes du circuit RC est soit V_2 soit $-V_2$ suivant le signe de V_1 . Tout se passe comme si V_2 était multiplié par un signal carré ± 1 ayant la fréquence de V_1 . En développant ce signal en série de Fourier il vient :

$$V_{NM} = V_2 \cdot \frac{4}{\pi} (\cos \omega t - \frac{1}{3} \cos 3\omega t + \frac{1}{5} \cos 5\omega t - \dots)$$

Si $V_2 = A \cdot \cos(\omega t + \varphi)$

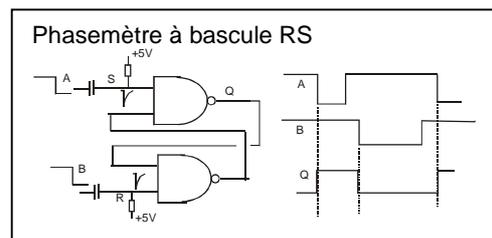
Le produit ne fournit qu'un seul signal continu : $2 \frac{A}{\pi} \cos \varphi$ les autres de pulsations $n\omega$ sont éliminés

par le filtre passe bas RC. La tension aux bornes de C est donc fonction de la différence de phase entre les deux signaux.

Les phasemètres numériques

Phasemètre à bascule RS

L'événement caractéristique des deux signaux est le front de descente. Il est différencié par un circuit RC de faible constante de temps, et l'impulsion obtenue appliquée aux entrées R et S d'un bistable RS. Le signal

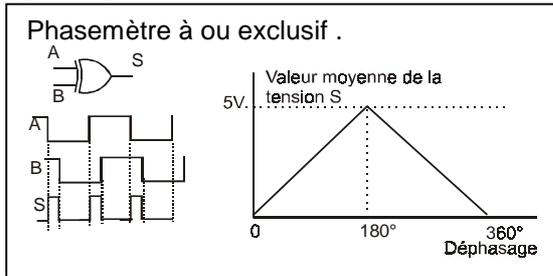




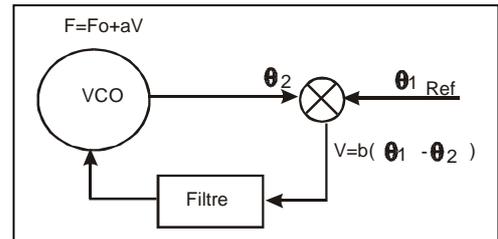
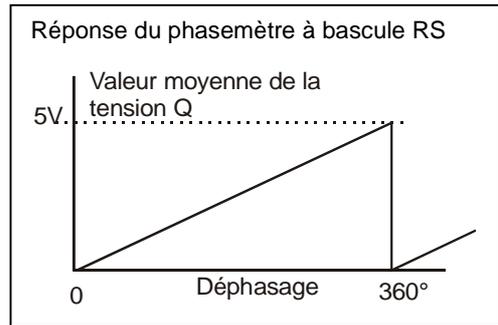
recueilli sur sa sortie Q à une valeur moyenne qui est directement proportionnelle au déphasage . C'est l'un des rares montages fournissant la phase absolue de 0 à 360°.

Phasemètre à Ou-exclusif

Les deux signaux à comparer doivent avoir un rapport cyclique de 1/2 . Un ou exclusif entre eux donne un signal dont la valeur moyenne est fonction linéaire du déphasage de 0 à 180° .



Entre 0 et 180° puis entre 180 et 360° la pente change de signe, la phase n'est mesurée qu'à π près.



LA BOUCLE A VERROUILLAGE DE PHASE

Soient θ_2 et θ_1 les phases absolues du VCO local et de la référence. Les deux équations de base sont :

Pour le VCO : $f = f_0 + aV$

Pour le comparateur de phase : $V = b(\theta_1 - \theta_2)$

Dans un premier temps nous supposons que le filtre n'existe pas , le comparateur de phase attaquant directement le VCO.

Pour le VCO nous pouvons écrire :

$$\omega = \omega_0 + 2\pi aV$$

soit la phase absolue : $\theta_2 = \int_0^t \omega(t) dt = \omega_0 t + 2\pi a \int_0^t V(t) dt$

Introduisons la phase relative par rapport au VCO libre : $\Theta_2(t) = \theta_2 - \omega_0 t = 2\pi a \int_0^t V(t) dt$

En prenant la dérivée : $\frac{d\Theta_2}{dt} = 2\pi aV(t)$

D'autre part pour le comparateur de phases ,avec la même notation :

$$V = b(\theta_1 - \theta_2) = b(\omega_1 t - \omega_0 t + \omega_0 t - \theta_2) = b(\Theta_1 - \Theta_2)$$

C'est à dire : $\frac{d\Theta_2}{dt} = 2\pi ab(\Theta_1 - \Theta_2)$

Relation différentielle entre les phases relatives (par rapport au VCO libre) du VCO et de la référence.

Pour résoudre passons en notation symbolique :

$$p\Theta_2(p) = 2\pi ab(\Theta_1(p) - \Theta_2(p))$$

De solution :

$$\Theta_2(p) = \frac{2\pi ab}{p + 2\pi ab} \Theta_1(p)$$

Le VCO se comporte vis à vis des fluctuations de phase de la référence comme un filtre passe bas de fréquence de coupure $f_c = ab$



En présence d'un filtre de fonction de transfert H(p) passe bas le résultat est plus complexe mais cela reste un filtre passe bas des fluctuations de phase.

Démarrage de la boucle de phase :

Supposons que la référence ait une fréquence et phases égales à celle du VCO libre. Alors $V=0$ et $f=f_0$, le système est en équilibre. A l'instant initial la pulsation de la référence prend instantanément une valeur ω_1 différente de ω_0 .

$$\omega_1 = \omega_0 + \Delta\omega$$

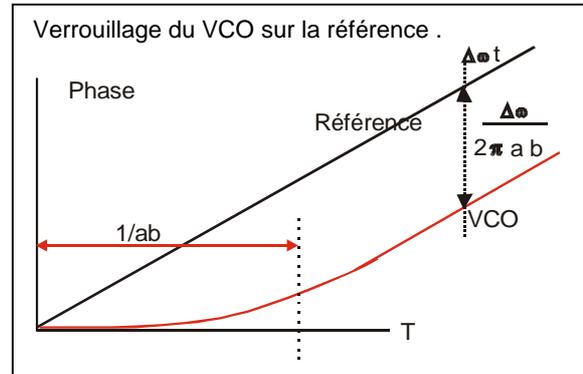
Soit $\Theta_1(t) = \Delta\omega \cdot t$ ou $\Theta_1(p) = \frac{\Delta\omega}{p^2}$

La phase du VCO devient d'après le résultat précédent :

$$\Theta_2(p) = \frac{\Delta\omega}{p^2} \frac{2\pi ab}{p + 2\pi ab}$$

Ou en fonction du temps :

$$\Theta_2(t) = \frac{\Delta\omega}{2\pi ab} e^{-2\pi ab t} + \Delta\omega \cdot t - \frac{\Delta\omega}{2\pi ab}$$



Le premier terme décrit le régime transitoire dont la durée est de l'ordre de $1/ab$, le second est exactement l'évolution de phase de la référence et le dernier, un terme constant, représente l'écart de phase nécessaire pour que le VCO oscille à la fréquence de la référence. Le VCO se verrouille donc sur la fréquence de la référence après un bref régime transitoire.

Zones d'accrochage et de tracking : Comparateur phase fréquence.

Partons de l'état initial précédent, la boucle étant accrochée avec une référence à la fréquence du VCO libre. Si la fréquence de la référence change, celle du VCO va suivre, un déphasage s'établissant entre les deux signaux de façon que la tension de correction nécessaire soit appliquée au VCO

$$V = \frac{f - f_0}{a}$$

mais le comparateur de phase ne peut pas fournir une tension de valeur absolue supérieure à V_{max} L'écart de fréquence est donc limité à

$$\Delta f_{max} = a \cdot |V_{max}|$$

Cette zone $f_0 \pm \Delta f_{max}$ est la **plage de suivi ou de tracking**.

Cependant il n'est pas sûr que si la fréquence de la référence saute brutalement à une valeur proche des limites de cette zone, la boucle s'accroche. En effet pendant la période transitoire le comparateur de phase délivre un signal de battement de fréquence $(f-f_0)$ qui, si elle est trop élevée, est atténué ou même annulé par la boucle qui se comporte comme un passe bas. Cet écart maximal de fréquence pour lequel la boucle accepte de se verrouiller est appelée **zone d'accrochage**, elle est en général plus étroite que la zone de tracking.

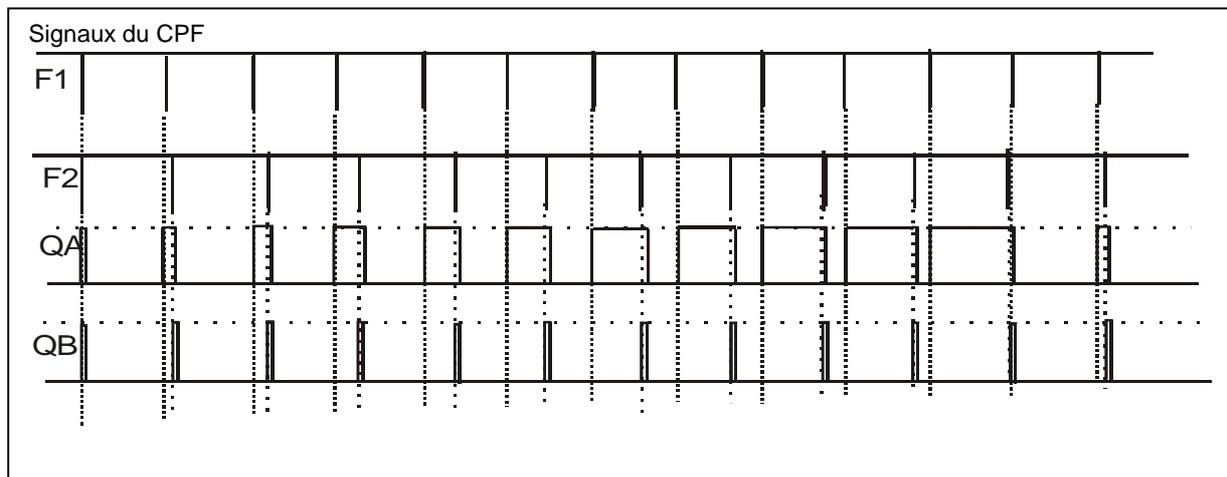
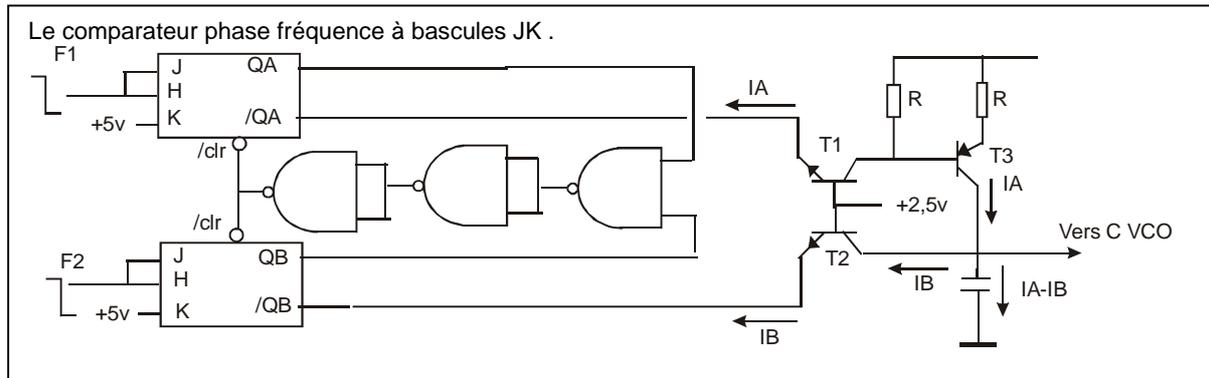
Pour que les deux zones soient confondues il faudrait que lorsque la fréquence de la référence change brutalement le comparateur de phase fournisse un signal dont le signe ne dépende d'abord que de l'écart de fréquence, puis lorsqu'elles sont devenues égales joue son rôle habituel de comparateur de phase. C'est ce que fait le comparateur phase fréquence ci dessous.

Le circuit ci dessous utilise des composants discrets, il existe des CPF intégrés mais leur fonctionnement est identique.

L'événement caractéristique des signaux d'entrée est le front de descente. Les deux bascules JK ont leur entrée K au niveau haut. A l'arrivée du front descendant sur H, la sortie Q recopie la valeur présente de J soit 1. Sur la figure ci dessous nous avons seulement représenté les fronts sur les deux entrées en supposant que la fréquence du signal arrivant sur la bascule A est supérieure à



celle qui attaque B . De plus l'instant initial est choisi lorsque deux fronts sur les deux entrées sont simultanés.



Au repos les deux sorties QA et QB sont au niveau bas. Lorsque le front arrive simultanément sur les deux entrées QA et QB montent à 1, mais le nand délivre alors un niveau bas qui, après un temps de transit dû aux trois portes mises en série, attaque les entrées /clr des deux bascules provoquant leur retour à l'état de repos. On observe donc sur les deux sorties 2 impulsions brèves dont la durée est le retard des trois Nands plus le temps de réaction des circuits vis à vis de leur entrée clear. Pour les fronts suivants celui qui arrive sur la bascule A est le premier puisque $F1 > F2$, QB monte au niveau 1 plus tard que QA, et la remise à zéro par le signal clr se produit immédiatement après. On observe donc sur QB une impulsion brève et sur QA un signal rectangulaire d'autant plus large que les fronts sont séparés dans le temps.

Les signaux recueillis sur les deux bascules sont mis en forme par le circuit comprenant deux transistors montés en base commune et le miroir de courant T3 . Les bases de T1 et T2 sont polarisées au potentiel intermédiaire 2,5V. Les courants IA et IB ont la même forme que les signaux représentés sur la figure. Le signal sur QA ayant une moyenne plus importante que QB, le courant de sortie IA-IB est positif.

Inversement si $F1 < F2$, ce courant serait positif. (il suffit d'invertir F1 et F2, QA et QB sur la figure)

En résumé si $F1 = F2$, les courants IA et IB sont des impulsions très courtes et $IA-IB=0$.

Si $F1 > F2$ IA-IB est en moyenne positif.

Si $F1 < F2$ IA-IB est en moyenne négatif.

Ce courant de sortie est intégré dans un condensateur dont la tension aux bornes sert de tension de commande des varicaps du VCO.

Si F2 est la fréquence du VCO et F1 celle de la référence et qu'au départ $F2 > F1$, le courant IA-IB est négatif, la tension aux bornes de C décroît ce qui a pour conséquence une diminution de F2 jusqu'à ce que $F2 = F1$. L'équilibre est stable puisque toute variation de fréquence du VCO se



traduit par une variation de tension aux bornes de C , donc de commande du VCO , dans le sens qui réduit l'écart.

Il est important de noter **qu'a l'équilibre le déphasage entre les deux signaux est nul** . Le comparateur phase fréquence n'assure pas seulement la confusion des zones de suivi et d'accrochage , mais aussi la maîtrise de la phase relative des deux signaux .

Un circuit intégré bien connu le CD4046 regroupe un VCO et deux comparateurs de phase. Le comparateur 1 est un ou exclusif, le second un CPF comme la notice ne l'indique pas très clairement .

LES APPLICATIONS DE LA BOUCLE A VERROUILLAGE DE PHASE

Elles sont innombrables , la PLL est un constituant essentiel des systèmes de télécommunications et des automatismes . Nous en citerons ici que quelques unes parmi les plus classiques. .

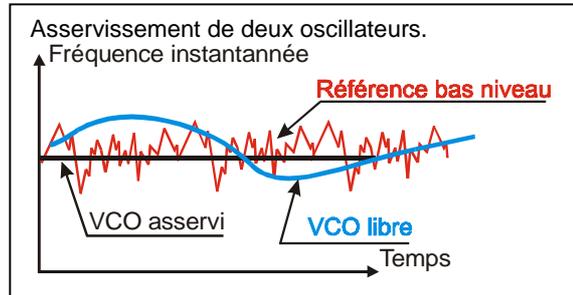
Asservissement de deux oscillateurs l'un sur l'autre

Pour disposer d'un signal ayant la fréquence d'un oscillateur de faible puissance sans le perturber, l'emploi d'un amplificateur semble s'imposer. Cependant l'asservissement en phase d'un oscillateur puissant sur une référence de faible niveau permet d'obtenir des performances bien supérieures.

Un oscillateur de forte puissance , donc de grande inertie, à des fluctuations de fréquence rapides de faible amplitude du fait même de cette inertie . Pensez à un volant très lourd dont la vitesse instantanée de rotation ne peut qu'être stable Par contre cette fréquence varie lentement dans le temps , on dit qu'un oscillateur de fort niveau est bon à court terme mais mauvais à long terme . Cette propriété est décrite par la courbe $I(\tau)$ introduite au paragraphe précédent.

Au contraire un oscillateur fonctionnant à faible niveau peut être l'objet de fluctuations rapides de fréquences alors que sa fréquence moyenne mesurée par exemple sur une seconde est très stable. Le transfert des qualités à long terme d'une référence très stable sur un oscillateur fort niveau lui même stable à court terme permet de cumuler les deux qualités. .

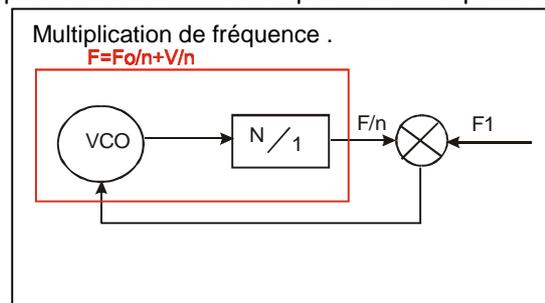
Cette méthode est systématiquement utilisé en métrologie des fréquences pour transférer sur une horloge classique la stabilité d'un pilote atomique ou à quartz .



Multiplication de fréquence

Il est très facile de réaliser une division de fréquence , par un nombre entier , en utilisant des bascules, l'opération inverse de multiplication de fréquence est beaucoup plus ardue. La déformation d'un signal par un circuit non linéaire puis le filtrage de l'harmonique désiré a été une méthode utilisée, elle est cependant limitée à des taux de multiplication faibles car la puissance disponible diminue très vite avec le rang, et le filtrage du signal désiré parmi les harmoniques voisins est difficile. Elle est encore utilisée dans certains cas lorsque l'on dispose d'un circuit non linéaire qui favorise naturellement l'un des harmoniques. En optique certains milieux non linéaires peuvent transformer un faisceau laser rouge en un faisceau bleu par doublement de fréquence avec un rendement excellent .

La boucle de phase apporte au problème de

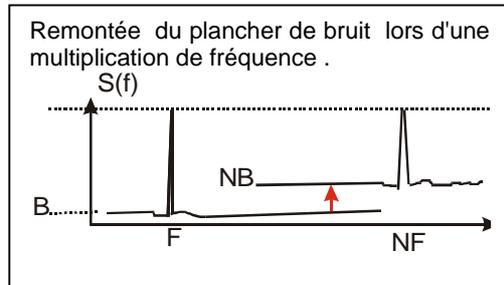




multiplication de fréquence une solution particulièrement élégante. Considérons en effet le montage ci contre ; le VCO est associé à un diviseur classique de fréquence par N . L'ensemble VCO plus diviseur peut être considéré comme un nouveau VCO dont la fréquence libre est N fois plus faible . Lorsque la boucle est accrochée les deux signaux appliqués au comparateur de phase sont de même

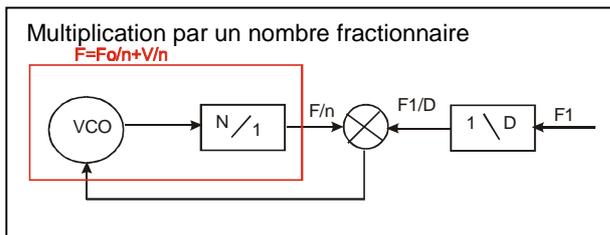
fréquence , c'est à dire : $F_1 = \frac{F_{vco}}{N}$ donc $F_{vco}=NF_1$ Le VCO oscille à une fréquence qui est N fois celle de la référence , avec comme plus haut le même filtrage des fluctuations de phase.

Il est très facile de réaliser un taux de division quelconque ,par exemple 173 , donc de réaliser une multiplication par un entier grand. En réalité si N est trop grand le bruit s'accroît et la boucle peut même refuser de s'accrocher . En effet la densité spectrale de puissance d'un oscillateur ne tend pas vers zéro lorsque l'on s'éloigne de la raie centrale, elle tend vers une limite que l'on appelle plancher de bruit qui est situé pour un bon oscillateur à -130/-140 dB du niveau de la raie centrale. On peut montrer que lors d'une multiplication par N le niveau de bruit est multiplié dans le même rapport. Un taux de multiplication trop élevé dégrade donc la pureté spectrale du signal obtenu .



Multiplication par un nombre fractionnaire

En ajoutant un diviseur derrière la référence on obtient directement une multiplication par un nombre fractionnaire .



Cette méthode est illustrée par la figure ci contre, l'égalité des fréquences au niveau du comparateur de phase permet d'écrire :

$$\frac{F_1}{D} = \frac{F}{N} \quad \text{donc} \quad F = \frac{N}{D} F_1$$

Si D=1000 et N=173 avec F1=1000hz on devrait obtenir F=173 Hz , c'est une **synthèse de fréquence** .

En réalité ce montage ne peut pas fonctionner car la fréquence (1 Hz) à laquelle travaille le comparateur de phase est trop faible. Il ne faut pas oublier que l'information sur la phase est toujours obtenue après un filtrage passe bas, or si la période est de une seconde cela veut dire que la phase n'est obtenue qu'au bout de 40 ou 50 secondes. Tout se passe comme si la boucle ne transmettait l'information sur l'erreur de phase qu'une fois par minute, or en une minute le VCO livré à lui même dérive sans doute de plus d'un hertz, la boucle refuse de s'accrocher. Pour réaliser une synthèse de fréquence il faudra faire appel à une méthode moins directe.

En remplaçant dans le schéma de base de la boucle de phase le VCO par un ensemble bien plus complexe, qui délivre cependant une fréquence fonction d'une tension de commande, il est possible de réaliser des montages très variés pour lesquels la grandeur traitée n'est ni un courant ni une tension mais une fréquence .Ce sont les montages de l'électronique des fréquences très répandus dans les systèmes de télécommunications .

Electronique des fréquences

1° Mélangeur ;

Un mélangeur est un circuit non linéaire qui modifie les fréquences des signaux qu'il reçoit. A partir de deux signaux d'entrée de fréquences f_1 et f_2 il génère en particulier les signaux de battement



de fréquences $f_1 \pm f_2$ et de façon plus générale des signaux comportant des composantes de fréquences $nf_1 \pm pf_2$ n et p étant des entiers le plus souvent petits.

Une non linéarité indépendante du temps peut être décrite par un développement en série des puissances du signal d'entrée :

$$v_2 = a_1 v_1 + \sum_{n>1} a_n v_1^n$$

Les coefficients a_n décroissent rapidement lorsque n augmente.

Limitons nous au second ordre. Si le signal d'entrée est la somme de deux fréquences :

$$v_1 = \cos \omega_1 t + \cos \omega_2 t$$

Le signal de sortie contient :

- Deux termes de fréquences f_1 et f_2 dus au coefficient a_1 .
- Les termes provenant de $a_2 (\cos \omega_1 t + \cos \omega_2 t)^2$ c'est à dire de fréquences doubles

:

$$\frac{a_2}{2} (\cos 2\omega_1 t + \cos 2\omega_2 t)$$

$$\text{et de battement } 2a_2 \cos \omega_1 t \cdot \cos \omega_2 t = a_2 [\cos(\omega_1 + \omega_2)t + \cos(\omega_1 - \omega_2)t]$$

- Un terme continu .

Le terme du 3eme ordre donne de la même façon des fréquences $\omega_1, \omega_2, 3\omega_1, 3\omega_2, 2\omega_1 \pm \omega_2, 2\omega_2 \pm \omega_1$ et ainsi de suite .

Si l'entrée ne reçoit qu'un seul signal, le mélangeur se comporte comme un multiplicateur de fréquence .

Tout système non linéaire peut constituer un mélangeur, des schémas détaillés seront décrits plus loin.

2° Synthèse de signaux de différence de fréquence constante .

On a souvent besoin de fabriquer un signal dont la fréquence est décalée d'une valeur fixe par rapport à celle d'un signal d'entrée quelle qu'elle soit. La fabrication d'un tel signal est très facile avec une boucle de phase .C'est ce que montre la figure ci contre .

Le VCO interne délivre un signal de fréquence F qui est appliquée à l'une des entrées d'un mélangeur recevant d'autre part le signal d'entrée de fréquence F_1 . Dans le cas présent les signaux de sortie sont de fréquences $F \pm F_1$.

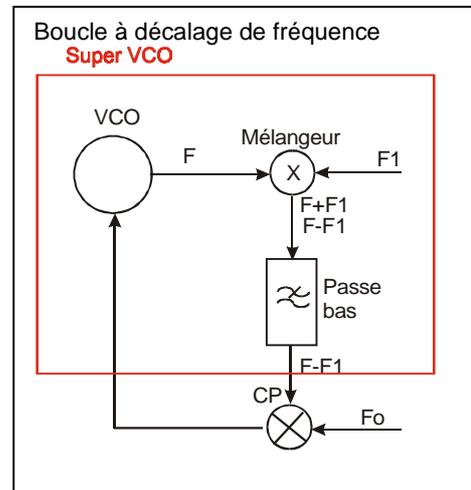
Le signal le plus bas en fréquence est le seul à la sortie du filtre passe bas.

Lorsque la boucle est accrochée le super VCO oscille à une fréquence telle que les fréquences sont égales sur les deux entrées du comparateur de phase , soit :

$$F - F_1 = F_0 \text{ c'est à dire } F = F_1 + F_0$$

$$\text{ou } F_1 - F = F_0 \quad F = F_1 - F_0$$

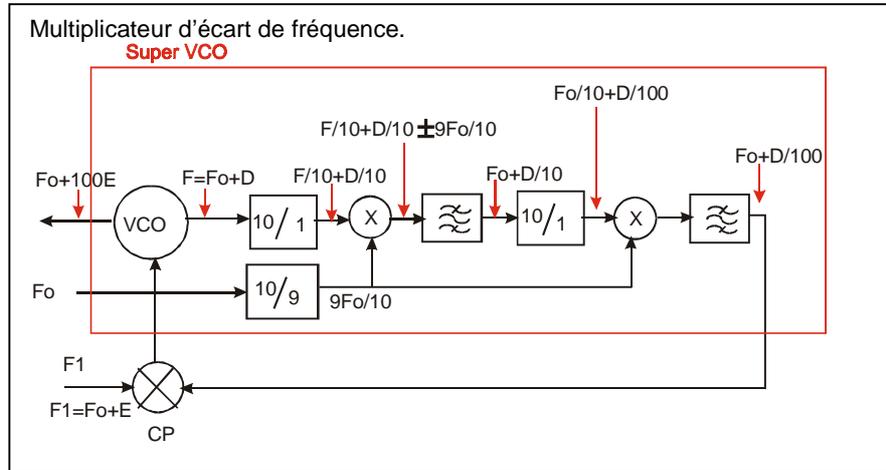
La boucle possède deux fréquences d'accrochage et sans précautions peut se bloquer sur l'une ou l'autre au hasard, si l'écart de fréquence F_0 est trop faible elle sera instable.



3° Multiplicateur d'écart de fréquences

Dans ce cas comme le montre la figure le super VCO devient très complexe. Le circuit met en œuvre deux diviseurs par 10 et un diviseur par 9/10 lui même construit avec une boucle de phase interne non représentée, deux mélangeurs et des filtres passe bande accordés sur la fréquence centrale F_0 .

Le système reçoit de l'extérieur la fréquence de référence F_0 et une fréquence voisine F_1 . Posons $F_1 = F_0 + E$. Lorsque la boucle est accrochée, soit $F_0 + D$ la fréquence de fonctionnement du VCO. Ce signal est d'abord divisé par 10 grâce au premier diviseur qui délivre donc $F_0/10 + D/10$. Un premier mélangeur recevant d'autre part $9F_0/10$ fournit deux



fréquences de battement $F_0/10 + D/10 \pm 9F_0/10$. Le filtre passe bande ne laisse subsister que le terme somme $F_0 + D/10$. La même suite d'opérations est effectuée sur ce nouveau signal ce qui conduit en sortie du dernier filtre à une fréquence $F_0 + D/100$. C'est ce signal qui est appliqué à l'une des entrées du comparateur de phase recevant d'autre part F_1 . A l'accrochage de la boucle :

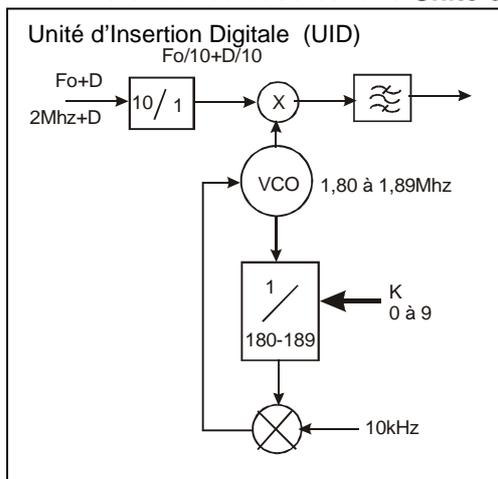
$$F_1 = F_0 + E = F_0 + D/100 \text{ c'est à dire } D = 100E,$$

l'écart de fréquence entre la référence F_0 et le signal d'entrée F_1 est multiplié par 100, avec 3 étages il serait multiplié par 1000. En utilisant des composants spécialement sélectionnés on peut atteindre avec grandes difficultés une multiplication par 10^6 . Au delà le bruit interdit l'accrochage de la boucle.

4° Synthétiseur de fréquences

La synthèse directe par une seule boucle de phase ne peut pas fonctionner et d'autre part exigerait la mise au point de diviseurs programmables de taux très élevé (par exemple taux de division réglable entre 2 et 999999 pour une synthèse sur 6 chiffres). Pour contourner ces difficultés de nombreux schémas ont été proposés, celui qui est décrit ici constituait le cœur des synthétiseurs de fréquence commercialisés par la société française ADRET Electronique il y a quelques années.

Le circuit de base est une **Unité d'Insertion Digitale** qui permet d'introduire un chiffre dans la fréquence synthétisée. Son schéma est représenté ci contre .



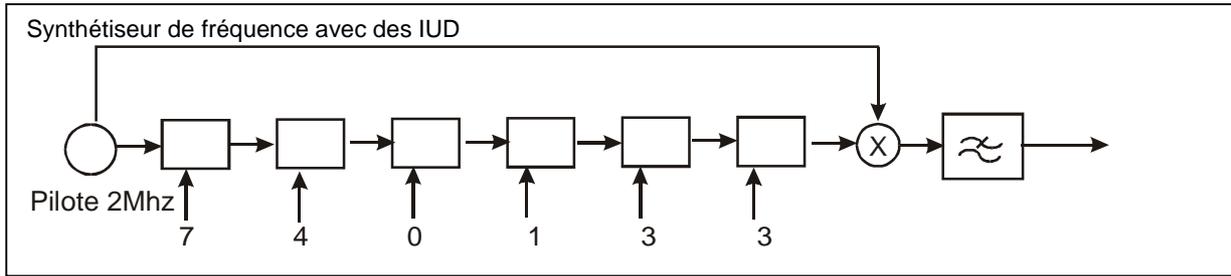
Notons d'abord la présence d'une boucle interne capable de générer des signaux dont la fréquence est l'une des 10 valeurs de 1,80 à 1,89Mhz, le choix est déterminé par la consigne numérique K , présentée sur 4 bits (de 0000 à 1001). La structure de cette boucle sera détaillée plus loin.

Pour commencer supposons que $K=7$, le VCO interne oscille alors sur 1,87Mhz. Si le diviseur d'entrée reçoit un signal à 2Mhz, il délivre un signal à 200kHz qui avec le 1,87Mhz précédent donne à la sortie du mélangeur deux signaux de 2,07 et 1,67Mhz. Un filtre passe bande centré sur 2Mhz ne laisse passer que le premier. La fréquence du signal de sortie est donc 2,07Mhz. Le chiffre 7 est venu se placer en seconde

position derrière la virgule .

Mise en série d'IUD .

Plaçons maintenant en série plusieurs UID recevant chacune une consigne différente. Le tableau ci dessous représente les fréquences ,à l'entrée , après le diviseur, celle du VCO interne et en sortie après filtrage pour 6 IUD successives .



On peut observer sur ce tableau comment les chiffres successifs s'introduisent dans la valeur de la fréquence , le battement du signal de la dernière IUD avec le pilote à 2Mhz fournit après filtrage passe bas le signal synthétisé de sortie 33104,7 Hz défini au dixième de hertz près . Avec ce montage en introduisant les consignes numériques convenables on peut couvrir les fréquences au dixième de hertz de 00000,1 à 99999,9 Hz .Naturellement cette précision n'a de sens que si le pilote est suffisamment stable, c'est toujours un oscillateur à quartz thermostaté

Evolution des fréquences le long de la chaîne d'IUD

N° de l' IUD	Consigne	F entrée	Après division	VCO interne	Sortie mélangeur	Sortie
1	7	2000000	200000	1870000	2070000 1670000	2070000
2	4	2070000	207000	1840000	2047000 1633000	2047000
3	0	2047000	204700	1800000	2004700 1595300	2004700
4	1	2004700	200470	1810000	2010470 1609530	2010470
5	3	2010470	201047	1830000	2031047 1628953	2031047
6	3	2031047	203104,7	1830000	2033104,7 1626895,3	2033104,7

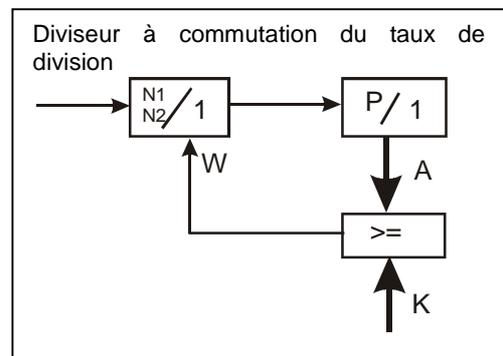
Les diviseurs programmables interne .

Il n'est pas facile de réaliser directement un diviseur par 180 à 189 . La solution retenue fait appel à un compteur à commutation du taux de division.

La structure est la suivante (Figure) :

Le compteur de tête divise par N1 ou N2 suivant que le signal de commande W vaut 0 ou 1 . Le second diviseur a un taux fixe P .Le troisième circuit est un comparateur entre les mots A issus du second compteur et la consigne K ,il délivre un signal $W=0$ si $A < K$ et $W=1$ si $A \geq K$

Au départ les deux compteurs sont dans l'état 0 ,W vaut donc 0 et le premier compteur a un taux égal à N1. Il faut donc N1 impulsions d'entrée pour faire avancer le second compteur d'une unité. A n'atteint la valeur K que lorsque le second compteur a reçu K impulsions ce qui nécessite N1K tops d'entrée. Le signal W prend alors la valeur 1 et le taux du compteur de tête devient N2.Pour revenir à l'état initial le second compteur doit encore recevoir P-K tops ,correspondant à N2(P-K) impulsions d'entrée. Au total le système reprend son état de départ pour $N1K+(P-K)N2$ tops d'entrée, c'est le taux de division de l'ensemble. Il faut noter que cette structure est très intéressante car le second diviseur travaille à une fréquence N1(ou N2) fois plus faible que le premier qui seul doit être un circuit rapide .





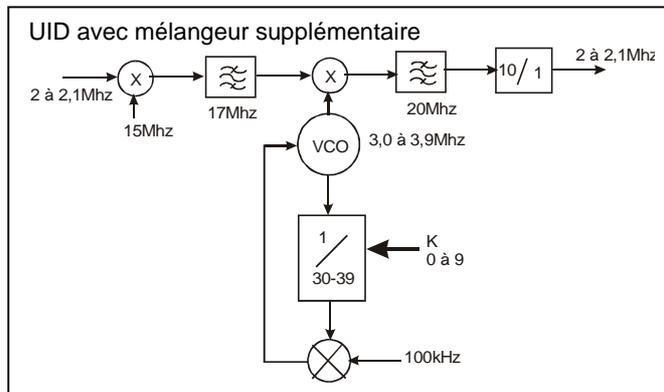
En choisissant $P=10$ (une décade 7490) les taux $N1$ et $N2$ sont déterminés par les deux équations :

Pour $K=0$ $180=10N2$ soit $N2=18$

Pour $K=9$ $189=9N1+N2=9N1+18$ soit $N1=19$

Il reste à réaliser un diviseur par 18 ou 19 dont la synthèse à l'aide de 5 bascules binaires est classique .

En introduisant un mélangeur supplémentaire il est possible de baisser le taux de division du diviseur programmable. Avec le schéma ci



contre ce taux est de 30 à 39 ,réalisable avec une décade et un diviseur par 3 ou 4 seulement..

4° Mesure rapide des fréquences

Pour mesurer une fréquence au centième de hertz près , un compteur classique qui compte des périodes doit travailler pendant au moins 100 secondes. Cette contrainte semble incontournable et

cependant une mesure beaucoup plus rapide est possible .

Soit à déterminer la fréquence 79373,452 Hz d'un oscillateur. L'opération est menée en quatre phases.

- Le compteur compte d'abord les périodes pendant 1 seconde ce qui fournit la fréquence au hertz près 79373.
- Grâce à un synthétiseur convenablement programmé on synthétise cette fréquence .
- Ce 79373,000 annexe est utilisé comme référence f_0 dans un multiplicateur d'écart à 3 étages .Le VCO de ce circuit fonctionne alors , lorsque la boucle est accrochée ce qui demande 4 ou 5 constantes de temps au plus ,à $79373+1000 \times 0,452$ Hz
- Le battement avec la référence fournit alors du 452 Hz que l'on peut compter en une seconde .

En automatisant la mesure , qui il est vrai nécessite un appareillage coûteux, 4 ou 5 secondes suffisent obtenir la fréquence cherchée au millième de hertz près. Les laboratoires de métrologie sont équipés de ce type de banc de mesure avec des multiplicateurs d'écart de 6 étages. En quelques secondes la précision atteint le millionième de Hertz.

SYNTHESE NUMERIQUE DES FREQUENCES

Les synthétiseurs de fréquence sont des appareils complexes qui mettent en œuvre des composants de hautes performances ,les signaux obtenus peuvent avoir une pureté spectrale remarquable ($L(f)$ de -130dB à 100Hz de la porteuse) , mais cette qualité se paie très cher .Or dans de nombreux cas une qualité aussi grande n'est pas nécessaire. Il est alors possible en partant d'un pilote à quartz ordinaire de réaliser de façon totalement numérique une synthèse de qualité suffisante pour un coût 100 fois plus faible .

Synthèse numérique directe

Un signal sinusoïdal est échantillonné sur N points au cours d'une période , les valeurs correspondantes numérisées et stockées dans une mémoire morte (ROM) .

Il est possible de reconstituer un signal sinusoïdal en envoyant l'un après l'autre à l'entrée d'un convertisseur numérique analogique (DAC) les mots lus dans cette ROM.

Soit $x=A \cos 2\pi f_1 t$ le signal que l'on veut fabriquer. Il est possible de l'obtenir sans erreur par filtrage passe bas d'une suite d'échantillons à condition que la cadence d'échantillonnage soit supérieure à $2f_1$. Dans le cas présent la période T d'échantillonnage sera fixe, ce qui permettra de fabriquer des signaux de fréquence maximale $1/(2T)$.

Pendant une durée T la phase de x a augmenté de $2\pi f_1 T$, or dans la mémoire morte les N points répartis sur une période sont écartés angulairement de $2\pi/N$. Supposons qu'à l'instant 0 nous lisions la case mémoire de numéro 0, pour reproduire le signal cherché il faudrait, T secondes plus tard ; lire la case de numéro $2\pi f_1 T/2\pi/N = Nf_1 T$, au bout de $2T$ lire la case $2Nf_1 T$ etc ... Bien sûr les cases mémoire portent des numéros entiers.

Prenons comme exemple $N=128$, $T=100\mu S$, et $f_1=1756\text{Hz}$ Alors $Nf_1 T=22,4768$. Si pour $t=0$ nous envoyons sur le DAC le contenu de la case mémoire 0 il faut à $t=T$ lire la case 22,47 qui bien sûr n'existe pas. Nous nous contenterons de la case la plus proche 22. Pour $t=2T$ le numéro de case serait $22,4768 \times 2=44,9536$, nous prendrons 45, ou plutôt parce que cela évite un calcul, la case 44, et ainsi de suite. Le tableau ci contre représente les cases à lire au cours du temps. (numéros modulo 128 bien sûr) Aucun point n'est exact puisque nous sommes obligés de choisir la case mémoire la plus proche, mais la sommation est effectuée avec toutes les décimales, l'approximation n'est faite qu'ensuite.

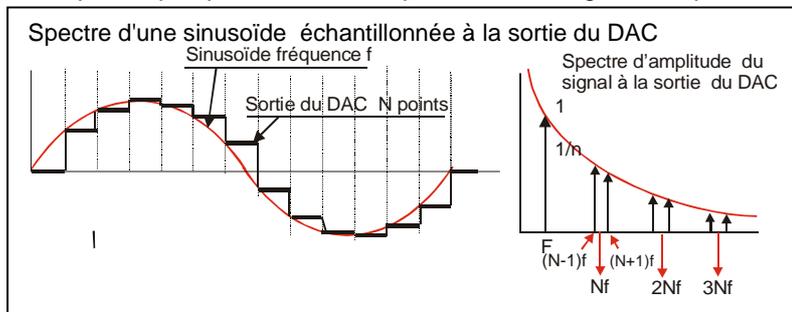
Synthèse de 1756Hz avec $N=128$ et $T=100\mu S$

t/T	nNFT	case	t/T	nNFT	case
1	22,47	22	8	51,81	51
2	44,95	44	9	74,29	74
3	67,43	67	10	96,68	96
4	89,90	89	11	119,24	119
5	112,38	112	12	13,72	13
6	6,86	6	13	36,19	36
7	29,3"	29	14	58,67	58

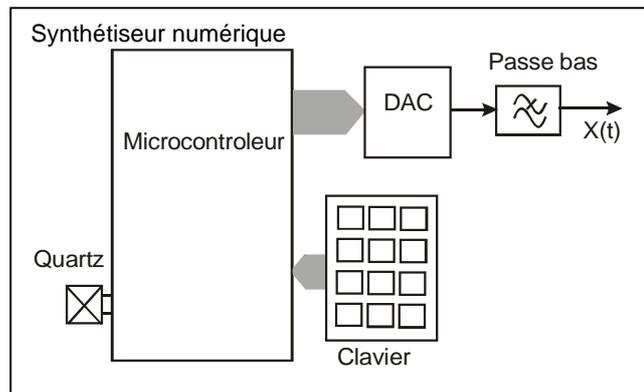
La courbe obtenue n'est pas une rigoureuse sinusoïde mais les points sont répartis de part et d'autre de la trajectoire idéale et cette irrégularité se traduit par l'apparition de composantes spectrales de

fréquences élevées qui sont éliminés par le lissage final.

A ce propos, le signal en sortie du DAC est en marches d'escalier. Pour en extraire une sinusoïde parfaite un filtrage passe bas s'impose, mais quelle doit être sa fréquence de coupure ? On peut montrer que si le nombre de points par période est N spectre de ce signal comporte une composante fondamentale de fréquence f accompagnée de raies dont les fréquences sont $(N\pm 1)f$ (amplitudes $1/(N\pm 1)$), $2(N\pm 1)f$ (amplitudes $1/2(N\pm 1)$), $3(N\pm 1)$ etc..



Revenons alors à notre système. La période d'échantillonnage étant fixe un signal de fréquence f sera représenté par $1/FT$ points par période. Le premier signal parasite à éliminer se trouve donc à la fréquence $(1/FT-1)f$ qui, si le nombre de points est assez grand, vaut approximativement $1/T$. Ainsi, en prenant de la marge, un filtrage passe bas de fréquence de coupure $1/2T$, la moitié de la fréquence d'échantillonnage suffit quelle que soit la fréquence synthétisée. Ainsi le filtre de sortie peut avoir une fréquence de coupure fixe quelle que soit la fréquence du signal généré. Cette propriété facilite grandement la réalisation du synthétiseur numérique. Son schéma est alors le suivant:



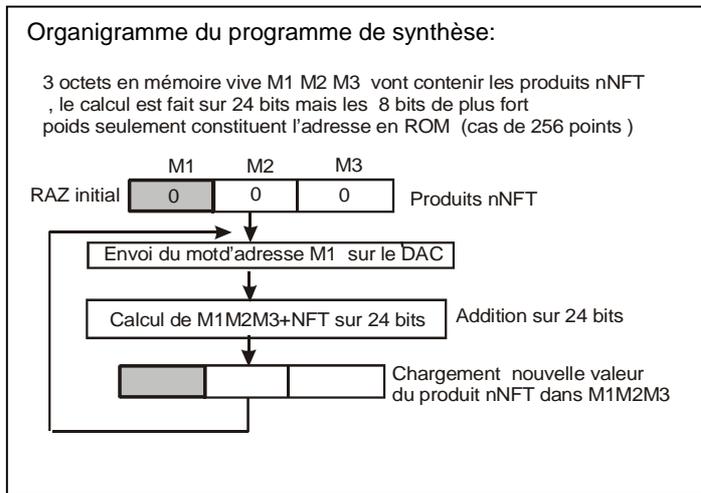
Le cœur du dispositif est un microcontrôleur qui piloté par un quartz reçoit des informations d'un clavier et envoie des mots de 8 ou 16 bits à un DAC dont le signal de sortie traverse un filtre passe bas.

Dans la mémoire morte a été définie une zone dans laquelle sont placés les N mots obtenus par échantillonnage d'une sinusoïde sur une période.



Le logiciel associé a la structure suivante:

Lorsque l'on presse une touche par exemple # ou * le microcontrôleur vient lire sur le clavier la fréquence F souhaitée ,il calcule alors le produit NFT avec une précision suffisante par exemple sur 16 ou 24 bits. Puis il exécute le programme dont l'organigramme est représenté ci contre .



Entre chaque points le microcontrôleur a comme seule tâche d'ajouter au mot de 3 octets qui représente les adresses théoriques des cases mémoire , le produit NFT préalablement calculé lui aussi sur 3 octets, puis il lit dans la table de valeurs la case dont l'adresse est l'octet de plus fort poids et envoie le mot sur le DAC .

Si l'on peut se contenter d'une suite discrètes de fréquences l'emploi d'un mot de 24 bits peut être évité. Par exemple pour N=128 en choisissant T=78,125uS (1/T=12800Hz) , le produit NT a pour valeur 100 exactement et pour des fréquences multiples de

100Hz les produits nNFT sont des nombres entiers que l'on peut stocker sur un seul octet. La difficulté est alors de disposer d'une fréquence de 12800Hz suffisamment précise et stable.

Avec un microcontrôleur 8 bits 8051 ou 68HC11 il est possible de choisir T=20µS ce qui permet une synthèse directe jusqu'à 20kHz . Avec un additionneur câblé T peut descendre à 1µS et la fréquence générée atteindre 500kHz.

Synthétiseur à DRM

Si on peut se contenter d'une pureté spectrale médiocre il existe une méthode de synthèse faisant appel à des composants logiques classiques .

Le DRM (Décimal Rate Multiplieur ou multiplicateur de rythmes décimaux) est un diviseur de fréquence très particulier .qui possède une entrée , deux sorties et une entrée de consigne recevant un mot de 4 bits de 0000 à 1001 .

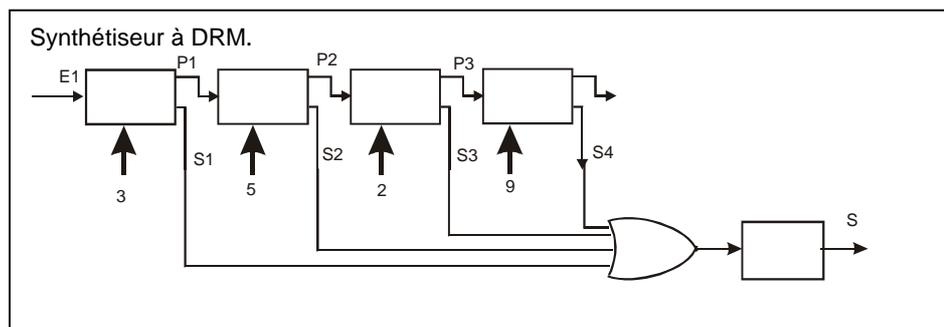
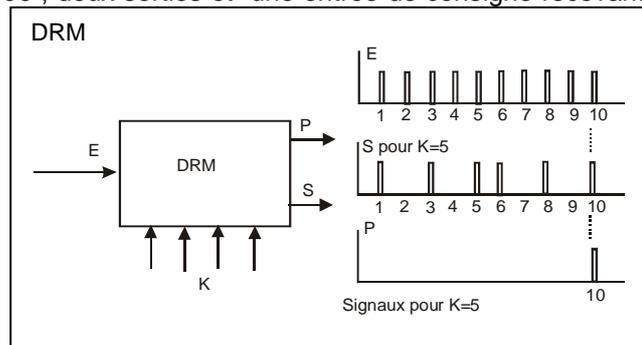
Si une consigne K (de 0 à 9) est appliquée au circuit , lorsque 10 impulsions sont présentées sur l'entrée E , il délivre sur la sortie P la 10eme et sur la sortie S K tops parmi les 9 premiers. .Il est important de noter que le circuit se comporte seulement comme un aiguillage , les impulsions de sortie sont prélevées parmi celles présentées à l'entrée.

Pour réaliser un synthétiseur il suffit de placer plusieurs DRM en série le signal P de

chacun d'eux constituant le signal d'horloge E pour le suivant .

Soient alors par exemple K1K2K3K4=3529 les consignes appliquées sur 4 circuits en série . Appliquons à l'entrée E du premier

des impulsions à une fréquence de 1Mhz





Chaque seconde le premier circuit délivre sur sa sortie S1 300000 tops et 100000 sur P1. Pendant la même durée le second circuit reçoit 100000 tops (de P1) et en laisse passer 50000 sur S2 et 10000 sur P2 .Le troisième reçoit 10000 impulsions sur son entrée et en libère 2000 sur S3 et 1000 sur P3 , parmi lesquelles le dernier BRM sélectionne enfin 900 tops sur S4 . Les impulsions sur P n'étant jamais simultanées avec celles sur S , les signaux sur S1 S2 S3 S4 ne se recouvrent jamais .Le OU à 4 entrées délivre donc sur sa sortie 352900 impulsions chaque seconde. Ce signal n'a pas une fréquence de récurrence exactement égale à 352900 Hz car les impulsions arrivent irrégulièrement , mais ce chiffre est cependant sa fréquence moyenne . Au cours d'une durée de une seconde les impulsions ne sont pas réparties régulièrement toutes les $1/325900$ seconde , par rapport à ces positions idéales elles sont décalées de façon presque aléatoire , l'écart ne pouvant pas cependant dépasser $1/325900$ sec , c'est ce que l'on appelle le jitter .

En faisant intervenir un diviseur par 100 , la fréquence moyenne est divisée par ce même taux. Le jitter des transitions à la sortie du compteur reste le même mais cette fois cela ne représente que le centième de la période . En S le signal recueilli est carré et très proche d'un signal de fréquence 3529Hz .Bien sûr la pureté spectrale est médiocre mais la stabilité de la fréquence moyenne très bonne (c'est celle du quartz) et cela suffit pour étalonner certains appareils de laboratoire comme contrôler un générateur BF ,ou accorder un piano. Il faut remarquer qu'en partant d'un quartz à 1Mhz stable à mieux que 10^{-6} , et un tel composant ne vaut que quelques francs, on réalise à peu de frais un étalon de fréquence sans qu'il soit besoin de faire appel à un quelconque appareil de contrôle.

Note: Le 74167 dans la série TTL est un DRM avec lequel on peut construire un tel appareil. (circuit obsolète) Il existe un circuit presque équivalent en CMOS le MC14527 disponible chez Motorola ou National Semiconductor.